

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**  
**Директор Высшей школы**  
**современной математики**  
**А.Н. Соболевский**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Семинар по математическому анализу II
<b>по направлению:</b>	Математика
<b>профиль подготовки:</b>	Фундаментальная математика Высшая школа современной математики Высшая школа современной математики
<b>курс:</b>	1
<b>квалификация:</b>	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Зачет

Аудиторных часов: 30 всего, в том числе:

лекции: 0 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 6 час.

Всего часов: 36, всего зач. ед.: 1

Программу составили:

А.Н. Соболевский, д-р физ.-мат. наук

М.Л. Бланк, д-р физ.-мат. наук

Программа обсуждена на заседании Высшая школа современной математики 02.09.2024

## Аннотация

Занятия посвящены основам классического математического анализа (вещественные числа, множества вещественных чисел, последовательности и их пределы, функции вещественного переменного, пределы, производные, графики, формула Тейлора, функции нескольких переменных, дифференциалы отображений, числовые, степенные и функциональные ряды, интегралы и приложения интегрального исчисления, теорема о неявной функции и ее приложения, условный экстремум функций многих переменных). Второй семестр охватывает материал, связанный с анализом функций нескольких переменных и понятиями интеграла и меры.

### 1. Цели и задачи

#### Цель дисциплины

Изучение теоретических основ математического анализа для дальнейшего использования в других математических дисциплинах аналитического цикла; формирование математической культуры, исследовательских навыков. в том числе для решения вычислительных задач, и способности применять знания на практике.

#### Задачи дисциплины

- приобретение слушателями теоретических знаний и практических умений и навыков в области математического анализа;
- подготовка слушателей к изучению смежных математических дисциплин;
- приобретение навыков в соотнесении результатов математического анализа с контекстом других математических дисциплин

### 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи
	УК-1.3 Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и недостатки
	УК-1.4 Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки
УК-2 Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	УК-2.1 Формулирует совокупность взаимосвязанных задач в рамках поставленной цели работы, обеспечивающих ее достижение. Определяет ожидаемые результаты решения поставленных задач
	УК-2.2 Проектирует решение конкретной задачи проекта, выбирая оптимальный способ ее решения, исходя из действующих правовых норм и имеющихся ресурсов и ограничений
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
	ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов
ОПК-5 Способен разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения	ОПК-5.2 Обладает способностью к освоению новых знаний на основе изучения литературы, научных статей и других источников
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности

решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты
ПК-3 Способен проверять корректность математического доказательства, строить логически последовательные цепочки рассуждений	ПК-3.1 Способен к формальной записи рассуждения в терминах логики предикатов
	ПК-3.2 Владеет понятием о математически строгом доказательстве, способен различать строгие и нестрогие рассуждения
	ПК-3.3 Способен выявлять использованные при доказательстве предположения и предпосылки, в том числе неявные, и контролировать их корректность

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны знать:

Основные понятия анализа функций многих переменных.

уметь:

Разбирать конкретные примеры и проводить необходимые вычисления.

владеть:

Свободно владеть техническим инструментарием, необходимым для самостоятельного вычисления интегралов и производных.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Задачи на понятия интеграла и меры.		4		1
2	Задачи на понятие топологического пространства.		4		
3	Задачи на понятие полного метрического пространства.		2		1
4	Задачи на метод касательных Ньютона.		2		
5	Задачи на понятие компакта в многомерном случае.		2		1
6	Задачи на изучение канторовых множеств.		2		
7	Вычисления, связанные с непрерывными функциями нескольких переменных.		2		1
8	Задачи на вычисление производных.		2		
9	Задачи на вычисление частных производных и производных по направлению.		2		1
10	Задачи на локальный экстремум.		2		

11	Теорема о неявной функции и ее применение.		2		1
12	Задачи на лемму Морса.		2		
13	Задача об условном экстремуме функции нескольких переменных.		2		
Итого часов			30		6
Подготовка к экзамену		0 час.			
Общая трудоёмкость		36 час., 1 зач.ед.			

#### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 2 (Весенний)

##### 1. Задачи на понятия интеграла и меры.

Задачи на определение и свойства интегралов Римана и Стильеса.

Задачи на понятия меры Лебега и интеграла Лебега.

##### 2. Задачи на понятие топологического пространства.

Задачи о топологических, метрических, нормированных пространствах.

Задачи на последовательности и направленности в топологическом пространстве.

Задачи на непрерывные отображения.

##### 3. Задачи на понятие полного метрического пространства.

Полные метрические пространства.

Задачи на применение теорем о вложенных шарах, Бэра, о сжимающем отображении.

##### 4. Задачи на метод касательных Ньютона.

Задачи на метод касательных Ньютона для функций, заданных явным выражением.

##### 5. Задачи на понятие компакта в многомерном случае.

Задачи на понятие компакта в общем топологическом пространстве.

Применение критерия компактности Хаусдорфа.

Примеры компактов и связанные с ними задачи.

##### 6. Задачи на изучение канторовых множеств.

Канторово множество в общем топологическом пространстве, задачи на его топологические свойства.

Кривая Менгера и другие примеры.

##### 7. Вычисления, связанные с непрерывными функциями нескольких переменных.

Задачи на теорему Колмогорова-Арнольда.

##### 8. Задачи на вычисление производных.

Вычисление производных Гато, Адамара и Фреше.

9. Задачи на вычисление частных производных и производных по направлению.

Определение и вычисление частных производных, производных по направлению..

Задачи, использующие равенство повторных производных.

10. Задачи на локальный экстремум.

Задачи на необходимые и достаточные условия локального экстремума.

11. Теорема о неявной функции и ее применение.

Теорема о неявной функции и ее применение.

Задачи о гладких кривых и поверхностях.

12. Задачи на лемму Морса.

Разложение диффеоморфизма в композицию простейших и использование этого приема в задачах.

13. Задача об условном экстремуме функции нескольких переменных.

Задачи на метод множителей Лагранжа.

## **5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Учебная аудитория, оснащенная мультимедиа проектором, экраном и микрофоном.

## **6.Перечень рекомендуемой литературы**

Основная литература

1. Математический анализ [Текст] : в 2 ч. : учебник для вузов / В. А. Зорич .— 5-е изд. — М. : МЦНМО, 2007. — Ч.1. - 2007. - 664 с.
2. Курс математического анализа [Текст] : учебник для вузов / С. М. Никольский .— 6-е изд., стереотип. — М. : Физматлит, 2001 .— 592 с.

Дополнительная литература

1. Основы математического анализа [Текст] = Principles of mathematical analysis : [учеб. пособие для вузов] / У. Рудин ; пер. с англ. В. П. Хавина ; 2-е изд., стереотип. — М. : Мир, 1976 .— 320 с.

## **7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

<https://old.mccme.ru/iur/courses.php>

<https://library.mccme.ru/>

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

На лекционных и практических (семинарских) занятиях могут использоваться мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций, а также технологии дистанционной аудиовидеоконференцсвязи.

## **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Методические указания приводятся в разрабатываемых аудиторных и домашних раздаточных материалах (листочках).

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

**по направлению:** Математика  
**профиль подготовки:** Фундаментальная математика  
Высшая школа современной математики  
Высшая школа современной математики  
**курс:** 1  
**квалификация:** бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 2 (весенний) - Зачет

**Разработчики:**

А.Н. Соболевский, д-р физ.-мат. наук  
М.Л. Бланк, д-р физ.-мат. наук

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Анализирует задачу, выделяя этапы ее решения, действия по решению задачи
	УК-1.2 Находит, критически анализирует и выбирает информацию, необходимую для решения поставленной задачи
	УК-1.3 Рассматривает различные варианты решения задачи, оценивает их преимущества и недостатки
	УК-1.4 Грамотно, логично, аргументированно формирует собственные суждения и оценки
УК-2 Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	УК-2.1 Формулирует совокупность взаимосвязанных задач в рамках поставленной цели работы, обеспечивающих ее достижение. Определяет ожидаемые результаты решения поставленных задач
	УК-2.2 Проектирует решение конкретной задачи проекта, выбирая оптимальный способ ее решения, исходя из действующих правовых норм и имеющихся ресурсов и ограничений
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
	ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов
ОПК-5 Способен разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения	ОПК-5.2 Обладает способностью к освоению новых знаний на основе изучения литературы, научных статей и других источников
ПК-1 Способен ставить, формализовывать и решать задачи, в том числе разрабатывать и исследовать математические модели изучаемых явлений и процессов, системно анализировать научные проблемы, получать новые научные результаты	ПК-1.1 Способен находить, анализировать и обобщать информацию об актуальных результатах исследований в рамках тематической области своей профессиональной деятельности
	ПК-1.2 Способен выдвигать гипотезы, строить математические модели для описания изучаемых явлений и процессов, оценивать качество разработанной модели
	ПК-1.3 Способен применять теоретические и (или) экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты
ПК-3 Способен проверять корректность математического доказательства, строить логически последовательные цепочки рассуждений	ПК-3.1 Способен к формальной записи рассуждения в терминах логики предикатов
	ПК-3.2 Владеет понятием о математически строгом доказательстве, способен различать строгие и нестрогие рассуждения
	ПК-3.3 Способен выявлять использованные при доказательстве предположения и предпосылки, в том числе неявные, и контролировать их корректность

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Семинар по математическому анализу II» обучающийся должен:

**знать:**

Основные понятия анализа функций многих переменных.

**уметь:**



Разбирать конкретные примеры и проводить необходимые вычисления.

**владеть:**

Свободно владеть техническим инструментарием, необходимым для самостоятельного вычисления интегралов и производных.

### **3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю**

С целью контроля освоения обучающимися учебного материала проводится устный опрос в начале занятия по материалу предыдущего занятия.

### **4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся**

1. Задачи на понятия интеграла Римана и Стильбеса.
2. Задачи на меру Лебега и интеграл Лебега
3. Задачи о топологических, метрических, нормированных пространствах.
4. Задачи на теоремы о вложенных шарах, Бэра, о сжимающем отображении.
5. Задачи на метод Ньютона.
6. Задачи на понятие компакта.
7. Задачи на топологические свойства канторова множество.
8. Задачи на применение теоремы Колмогорова-Арнольда.
10. Задачи на вычисление дифференциала непрерывного линейного оператора.
11. Задачи на вычисление частных производных и производных по направлению.
12. Задачи на необходимые и достаточные условия локального экстремума.
13. Задачи на применение теоремы о неявной функции.
14. Лемма Морса и задачи, использующие ее.
15. Задачи на условный экстремум.

Пример зачетного задания:

- 1) Исследование сходимости интеграла Лебега от функций с различными особенностями.
- 2) Вычисление условного экстремума методом множителей Лагранжа.

### **Критерии оценивания**

Зачет выставляется при условии получения оценки не ниже, чем «хорошо (5)» по следующим критериям:

- оценка «отлично (10)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений;
- оценка «отлично (9)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений;
- оценка «отлично (8)» выставляется студенту, показавшему всесторонние систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение применять их на практике при решении конкретных задач, и правильное обоснование принятых решений;
- оценка «хорошо (7)» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (6)» выставляется студенту, если он знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;
- оценка «хорошо (5)» выставляется студенту, если он знает материал, и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;

- оценка «удовлетворительно (4)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «удовлетворительно (3)» выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет фрагментарно основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;
- оценка «неудовлетворительно (2)» выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач;
- оценка «неудовлетворительно (1)» выставляется студенту, который не знает формулировок основных понятий дисциплины.

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Зачет проводится по итогам текущей успеваемости и сдачи заданий, предусмотренных программой дисциплины.

Во время проведения зачета обучающимся запрещается пользоваться помощью других лиц и мобильными телефонами, разрешается пользоваться программой учебной дисциплины и справочной литературой по выбору преподавателя.